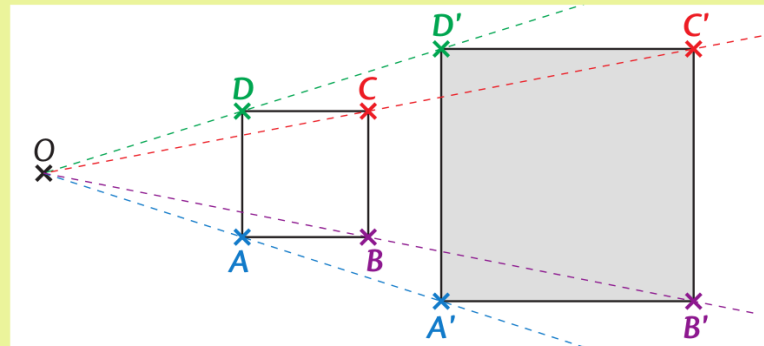




Homothéties

Reconnaître une homothétie

Le carré $A'B'C'D'$ (figure grise) est obtenu à partir du carré $ABCD$ (figure blanche) par une **homothétie de centre O et de rapport 2** .



Les points O, A et A' ; O, B et B' ; O, C et C' ; O, D et D' sont alignés dans le même ordre.

$$\text{On a : } OA' = OA \times 2 ; OB' = OB \times 2$$

$$OC' = OC \times 2 ; OD' = OD \times 2$$

Par cette homothétie, le carré $A'B'C'D'$ est un **agrandissement de rapport 2** du carré $ABCD$.

$$\text{On a : } A'B' = AB \times 2.$$



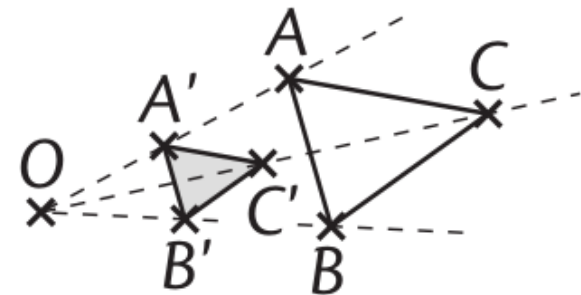
Une homothétie est caractérisée par son centre et son rapport

Par une homothétie, les **longueurs** des côtés d'une figure \mathcal{F} et de son image \mathcal{F}' sont **proportionnelles**.

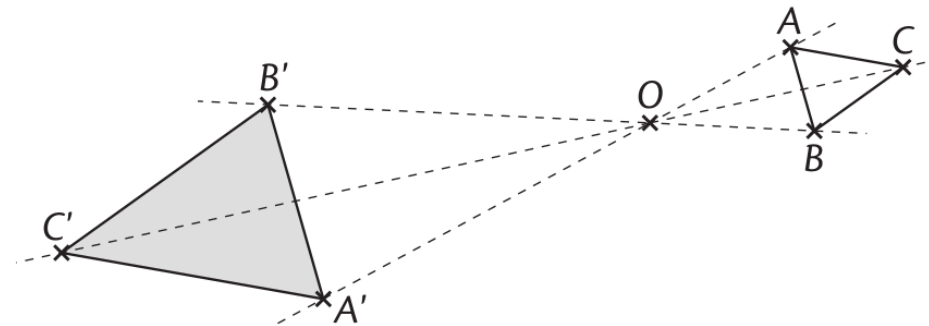
Remarque : Le point O est **invariant** par l'homothétie de centre O (il est sa propre image).

Exemples :

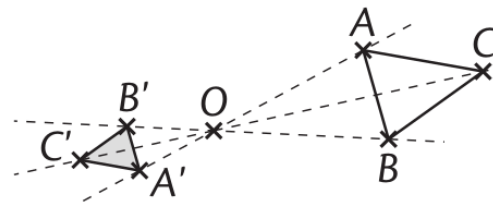
1. Image d'un triangle ABC par l'homothétie de centre O de rapport **0,5** (réduction)



2. Image d'un triangle ABC par l'homothétie de centre O de rapport -2 (agrandissement et retournement)

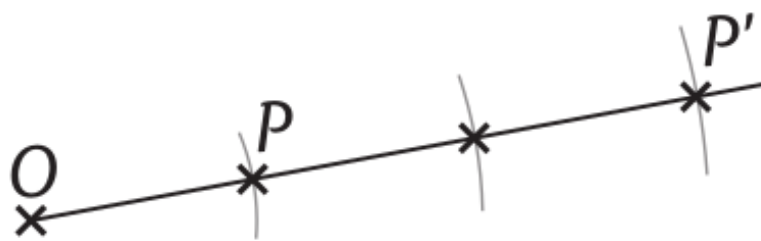


3. Image d'un triangle ABC par l'homothétie de centre O de rapport $-0,5$ (réduction et retournement)



Construire l'image d'un point

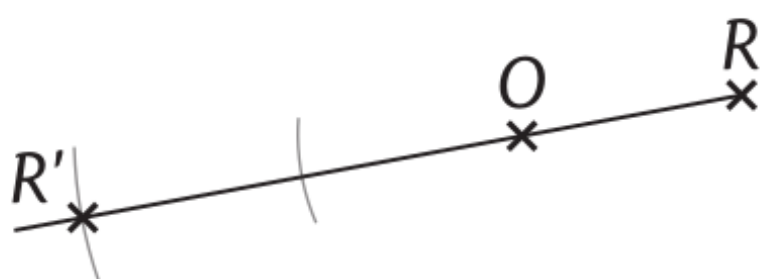
4. Construction de P' image de P par l'homothétie de centre O et de rapport **3**.



$$OP' = OP \times 3$$

On trace la demi-droite $[OP)$. On reporte **3 fois** la longueur OP à partir du point O pour obtenir P' .

5. Construction de R' image de R par l'homothétie de centre O et de rapport -2 .

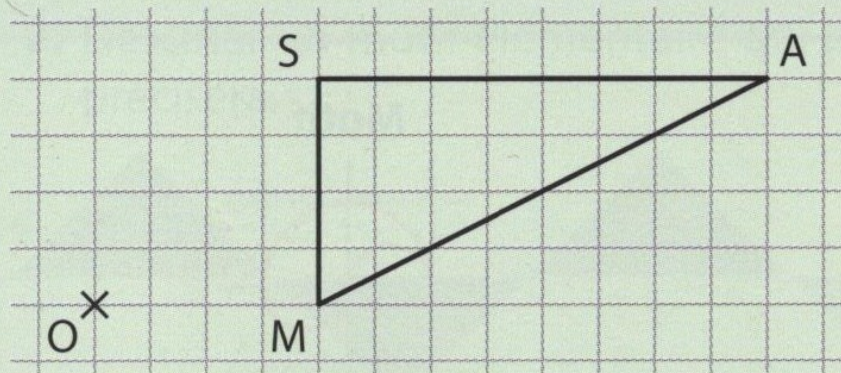


$$OR' = OR \times 2$$

On trace la demi-droite $[RO)$. On reporte **2 fois** la longueur OR à partir du point O pour obtenir R' .

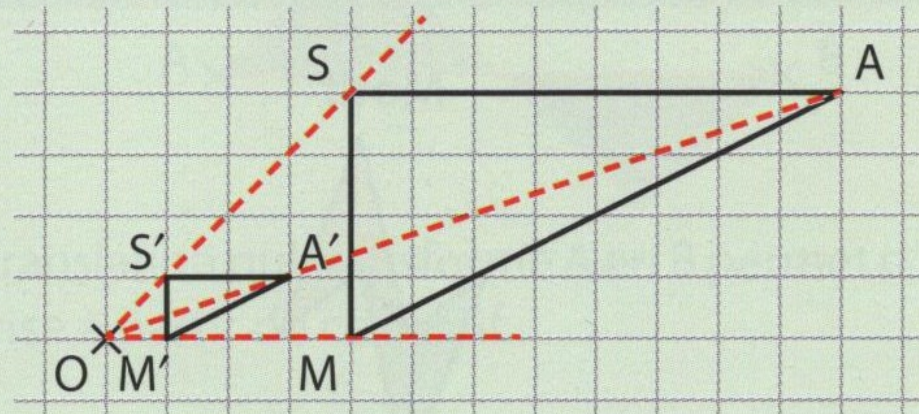
Construire l'image d'une figure

6 Construire l'image du triangle SAM par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{4}$.



Solution

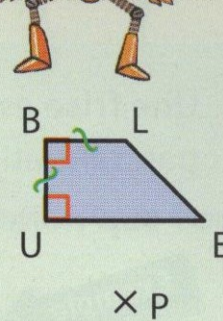
On trace la demi-droite $[OS)$, puis on place le point S' sur $[OS]$ tel que $OS' = \frac{OS}{4}$.



On recommence pour le point A, puis on utilise les propriétés du triangle SAM et de l'homothétie.

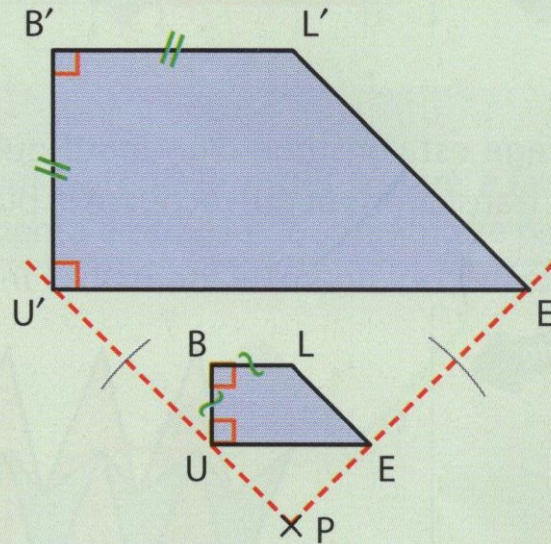
Sans quadrillage

7 Construire l'image du quadrilatère BLEU par l'homothétie de centre P et de rapport 3.



Solution

On trace la demi-droite [PE), puis on reporte la longueur PE trois fois à partir du point P.



On recommence pour le point U, puis on utilise les propriétés du quadrilatère BLEU et de l'homothétie.